不同温度下液体粘滞系数实验的理论计算

王恒通，徐春媛，党　磊

（陕西师范大学　物理学与信息技术学院，陕西　西安　710119）

摘要　落球法测液体粘滞系数是理工科高校的一个基本物理实验。环境温度对液体的密度和粘度有很大影响，所以温度在该实验中是一个重要的参数。该文从理论上对不同温度下不同直径的小球在测量区间内匀速下落的时间、收尾速度和匀速下落起点位置进行了计算，并给出了这些参量随着温度变化的规律。实践表明，这为实验者选择合适的实验参数、判断实验数据准确性提供了依据，从而减少了误差。

关　键　词　落球法；温度；理论计算；粘滞系数

中图分类号　O4-3　　**文献标志码**　A　　doi：10.3969/j.issn.1672-4550.2017.05.005

Theoretical Computation for Experiment of Viscosity Coefficient of Liquid under Different Temperature

WANG Hengtong, XU Chunyuan, DANG Lei

(School of Physicsand Information Technology, Shanxi Normal University, Xi 'an 710119, China)

Abstract　Falling ball method, which measures the viscosity coefficient of liquid, is a basic physical experiment of science and engineering university. Environmental temperature has a significant effect on the fluid density and viscosity. Thus, the temperature is an important parameter in this experiment. In this paper, the falling time in the measuring interval, the terminal falling velocity and the starting position of uniform falling are theoretically calculated under different temperatures and diameters which were given. The results show the law of these parameters varied with the temperature. It provides the basis for the experimenter to select the appropriate experimental parameters, which can reduce the error.

Key words　falling ball method; temperature; theoretical simulation; viscosity coefficient

测量液体粘滞系数实验是大学理工科专业的一个基本物理实验。对液体粘滞系数的测量有很多不同的方法，如落球法、转筒法和毛细管法等[1-3]。落球法是其中常用的一种方法，它可用于测量如蓖麻油和甘油这样透明或半透明液体的粘滞系数[4]。一方面，该实验物理现象明显、原理直观、实验操作和训练内容较多；另一方面，该实验对于学生观察液体的内摩擦现象、了解小球在液体中的运动规律、了解液体粘滞系数测量方法及粘滞力在现实生活中的意义都有着非常重要的作用[5-6]。

落球法测量粘滞系数实验过程中，要求实验者凭经验在释放小球后利用秒表来记录小球在蓖麻油中匀速运动通过某段距离所用的时间。由于视差和测量者手动计时的反应时间等因素的影响，实验结果会产生误差[7-8]，且液体的密度和粘度对于温度变化比较敏感[9-11]。因此，本文通过理论模拟计算了不同温度下不同直径的小球在测量区间内匀速下落的时间、收尾速度及匀速下落起点位置，给出了这些参量随着温度变化的规律，并为实验者选择合适的实验参数、判断实验数据准确性提供了依据，从而减少误差。

1　落球法实验简介和原理

如图 1(a)所示，直径为 d 的光滑小钢球无初速度进入液体后以速度 v 在液体中运动。小球受到 3 个作用力(如图 1(b)所示)：重力 $G=mg$，浮力 $f_{浮}=\rho_0 gV$ 和由液体内摩擦产生的粘滞阻力 F。根据斯托克斯公式，小球所受到的粘滞阻力：

$$F=3\pi\eta dv \tag{1}$$

式中，η 是粘滞系数，v 为小球在液体中的下落速度。当小球刚下落时，速度 v 很小，粘滞阻力 F 不大，小球做加速下降。随着速度增加，阻力逐渐增

收稿日期：2016-02-24；**修改日期**：2016-03-30

基金项目：陕西师范大学实验教学改革研究项目(16SY16)；陕西师范大学勤助科研创新基金项目(KY2015YB49)。

作者简介：王恒通(1985-)，男，博士，讲师，主要从事物理学方面的教学和科研工作。

大，速度达到一定值后，阻力与浮力之和与重力相等。这样合外力为零，小球以收尾速度 v_0 匀速下落，这时可得：

$$\rho_0 gV+mg=3\pi\eta d v_0 \tag{2}$$

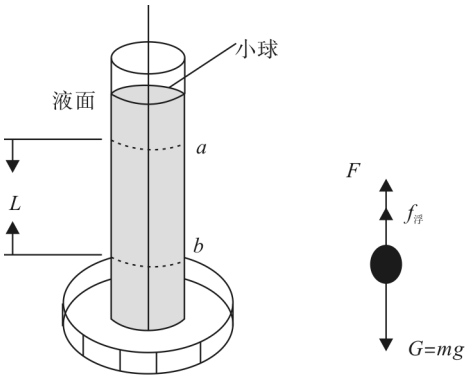
如果小球的密度为 ρ，体积 $V=\frac{1}{6}\pi d^3$，那么式(2)可以写成：

$$\eta=\frac{(\rho-\rho_0)\ gd^2}{18v_0} \tag{3}$$

这里由于量筒有一定的内径 D，所以器壁对小球的运动有影响[1，10]，需要将式(3)中的速度 v_0 修正为：$v'_o=v_0(1+2.4d/D)$。则式(3)可以改写为：

$$\eta=\frac{(\rho-\rho_0)gd^2}{18v_0(1+2.4d/D)}=\frac{(\rho-\rho_0)gd^2}{18L(1+2.4d/D)} \tag{4}$$

式中 t 为小球在测量区间 L 距离内以 v_0 匀速下落所用的时间。式(4)给出了落球法测液体粘滞系数的理论公式。



（a）落球法测粘滞系数的实验装置图　　（b）小球匀速运动过程中的受力分析

图 1　落球法测粘滞系数示意图

本实验操作过程要求实验者首先选择并准确测量小刚球的直径 d。其次，如图 1 所示，用镊子夹持小球贴近液体液面沿量筒中心轴线自由释放小球，观察小球运动情况并利用秒表测量小球在图 1 中 ab 之间匀速运动的时间 t。当小球运动到图 1 中液面以下的虚线 a 处开始计时；当小球运动到图 1 中虚线 b 处时停止计时。然后，从比重计和温度计中读出待测液体的密度和温度。最后，用游标卡尺和直尺分别测出量筒的直径 D 和 ab 之间的距离 L。本次实验要求选择 5 个小球并对其直径、下落时间及下落的收尾速度进行测量和计算，并利用式(4)求出粘滞系数及其平均值和相对误差。本实验中，不同直径小球的选择、计时起点与液面间距离的设置及匀速运动时间的测量结果都是影响实验结果的重要因素。

2　模拟结果

在本文的理论模拟中，蓖麻油粘滞系数随温度 T 变化采用参考文献[11]中经验公式：

$$\eta_0=174.96\times10^{-12}\exp\left[\frac{7\ 424.2}{(T+273)}\right] \tag{5}$$

如表 1 所示，给出了利用式(5)求得的不同温度下蓖麻油的粘滞系数。模拟中所用到的其他参数分别为：小球的密度 $\rho=7.8\ \mathrm{kg/m^3}$；量筒的内径 $D=115.55\times10^{-3}\ \mathrm{m}$；测量小球匀速下落的测量区间 $L=245.55\times10^{-3}\ \mathrm{mm}$；重力加速度 $g=9.797\ \mathrm{m/s^2}$。在室温(12~30℃)范围内，由于蓖麻油密度随温度变化量远小于小球密度[12]，所以在本文中近似认为常数 $\rho_0=0.965\times10^3\ \mathrm{kg/m^3}$。

表 1　不同温度下蓖麻油的粘滞系数（温度/℃；粘滞系数/Pa · s）

温度/℃	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
粘滞系数	1.999 7	1.825 6	1.667 7	1.524 5	1.394 4	1.276 3	1.168 7	1.070 9	0.981 9	0.900 8
温度/℃	22	23	24	25	26	27	28	29.30		
粘滞系数	0.826 9	0.759 5	0.698 0	0.641 8	0.590 5	0.543 6	0.500 7	0.461 4	0.425 5	

2.1　测量区间内匀速下落的时间 t

由式(4)和式(5)可得，测量过程中小球匀速下落时间 t 的表达式可写为：

$$t=\frac{174.96\times10^{-12}L(1+2.4d/D)\ \exp[7\ 424.2/(T+273)]}{(\rho-\rho_0)dg^2} \tag{6}$$

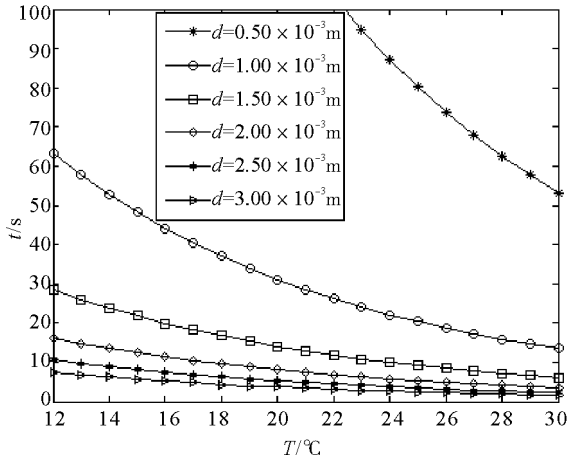


图 2　测量区间内不同直径小球匀速下落时间随温度变化

如图 2 所示，给出了在测量区间内不同直径小球匀速下落时间随着温度的变化规律。从图 2 中可以看到温度越低时测量区间上小球匀速下落的时间 t 越长，温度越高小球下落时间 t 越短。小球的直径不同，在测量区间上匀速下落的时间 t 随温度减小的速率也不同，表现为小球的直径越大，下落时间减小的速率越小。

图 2 中的数据也可以为实验估算提供一个合理参考。小球直径选为 0.5×10^{-3} m 左右，测量区间上小球的下落时间 t 在温度小于 23℃ 时可以达到 100 s 以上。当小球的直径选为 1.5×10^{-3} m 左右，测量区间上小球下落的时间 t 在 15~30 s 的范围内变化。而当小球的直径选为 2.5×10^{-3} m 以上的时候，测量区域上小球下落的时间 t 在 10 s 以内。随着温度和小球直径的继续增加，下落时间甚至会在几秒钟以内。所以，在实际实验操作中对小球尺寸的选择要尽量的小于 2.5×10^{-3} m，以保证小球下落有足够长的时间。这样实验结果不会因为记录过程中实验者视差和反应时间所导致的时间误差而产生很大偏差。同样，小球的直径也不宜过小。如果小球直径小于 0.5 mm，在下落过程中小球容易偏离量筒的轴线从而产生误差[1,13]。

2.2　收尾速度 v_0

由式（3）可以得到小球匀速运动的速度 v_0，即收尾速度：

$$v_0=\frac{(\rho-\rho_0)gd^2}{174.96\times10^{-12}\exp[7\,424.2/(T+273)]} \quad (7)$$

由于蓖麻油的粘滞系数远远大于空气的粘滞系数，所以小球在蓖麻油中的运动很缓慢。如图 3 所示，给出了不同直径小球的收尾速度随着温度变化规律。小球下落的收尾速度整体上随着温度的增加而增加。小球的直径越大其收尾速度越大，且小球直径越大其收尾速度随着温度增加的速率也越大。当小球的直径较小（小于 1.0×10^{-3} m），收尾速度随着温度增加的变化率很小，如图 2 所示，直径为 0.5×10^{-3} m 的小球，随着温度变化其收尾速度几乎不发生变化。

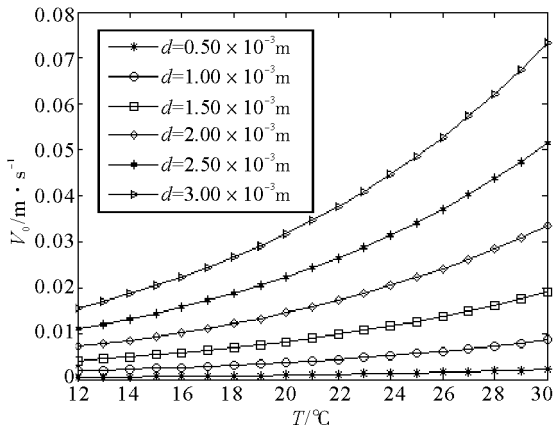


图 3　不同直径小球的收尾速度随温度增加的变化

从图 3 所给出的数据还可以看到：温度较低时，蓖麻油中不同直径的小球收尾速度分布较集中（如 T = 12℃，收尾速度均在 0.02 m/s 以内）；随着温度升高，不同直径小球的收尾速度差异逐渐增加（如 T = 30℃，收尾速度分布在 0.07 m/s 以内）。这也说明了温度较低，液体粘滞系数大，小球的重力势能有很大一部分来克服粘滞阻力做的负功；而温度较高，粘滞阻力做的负功较少，较多的重力势能转化为动能。

2.3　匀速下落起点位置

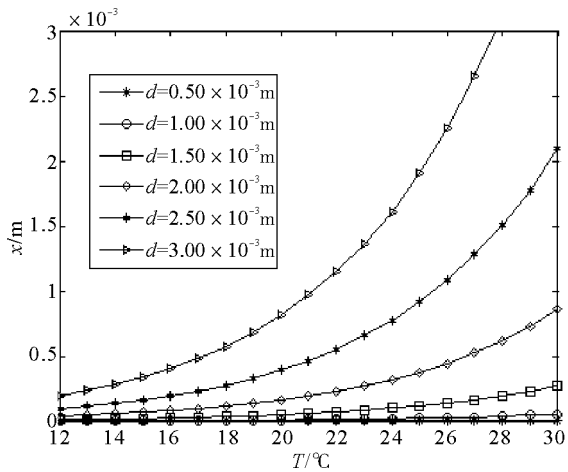


图 4　不同直径小球匀速下落起点位置随温度变化

小球在达到收尾速度之前，小球下落距离与速度之间的函数关系为：

$$x=x_0\left[\ln\left(\frac{v_0}{v_0-v}\right)-\frac{v}{v_0}\right] \quad (8)$$

$$x_0=\frac{\rho(\rho-\rho_0)g(d/2)^2}{81\eta^2} \tag{9}$$

这里我们假设匀速下落起点为小球从蓖麻油表面释放后速度 v 达到 $0.999v_0$ 时所运动到的位置。

如图 4 所示，给出了不同直径小球匀速下落起点位置(距离蓖麻油液面的距离)随温度的变化规律。随着温度的增加，小球匀速下落的起点位置也增加，且小球的半径越大其匀速运动的起点位置距离液面就越远。从图 4 的数据也可以看出，即便温度很高，小球进入蓖麻油后也会在距离液面几毫米的地方就已经达到了匀速运动状态。

虽然小球进入液体后很短距离就可以达到匀速直线运动状态，但是在实际实验过程中，测量小球的匀速下落时间前仍需预留一段距离。一方面是避免在加速区间计时，另一方面，防止实验者没有从液面开始释放小球，而使小球进入蓖麻油就已经具有一定初速度。

3　结束语

利用计算模拟的方法，本文理论上讨论了落球法测液体粘滞系数实验中小球下落过程中的几组重要参数(测量区间内匀速下落的时间、收尾速度和匀速下落起点位置)，给出了这些参数对不同温度和不同小球直径的变化规律。一方面，本文的结果可以为落球法测定液体粘滞系数的实验教学提供指导。如对小球直径的选择要保证小球有足够长的下落时间以便实验者有充裕的反应时间而准确测量下落时间 t，同时也需要较大的收尾速度避免出现湍流运动影响实验结果。结合表 1 和表 2 中的数据，可以为实验者在不同的实验温度下选择合适的小球直径提供指导，进而提高实验测量结果的准确性(如温度为 23℃时，小球的直径选为 1.5×10^{-3} m 左右较为合适)。另一方面，本文的结果也为实际操作实验时选择合适的实验参数及多次测量时判断实验数据的正确性提供参考，从而减少实验误差，提高测量结果的准确性。首先，根据表 2 结果可以为实验设置计时起点的位置提供参考。其次，本文中的理论结果可以为判断实际实验所得到的下落时间 t、收尾速度等实验数据的准确性提供有效的参考依据。如表 2 所示的 23℃下小球的下落时间 t。

表 2　不同直径小球对应的下落时间(T=23℃)

小球直径 d/mm	1.573	1.628	1.497	1.554	1.592	1.562
下落时间 t/s	9.96	11.22	10.97	10.16	9.84	7.34

对于表 2 中数据可以结合本文中 2.1 部分的模拟结果进行筛选：小球直径在 1.4～1.7 mm 之间，下落时间应该在 12.4～8.4 s 之间，并且随着小球半径增加下落时间缩短。很明显，表 2 的数据中小球半径为 1.628 mm 和 1.562 mm 对应的测量结果 11.22 s 和 7.34 s 是不正确的(前者对应时间应在 9.2 s 左右，后者对应时间应在 9.6 s 左右)。因而，应该在数据处理前将这两组数据剔除掉，从而保证实验结果的准确性。

最后，本文的理论分析和数值模拟部分也有助于实验者加深对本实验原理的理解及不同温度下小球在粘性液体中的运动状态的理解。

参 考 文 献

[1] 吴俊林．大学物理实验[M]．北京：科学出版社，2013.

[2] 孙伯耳．多管落球法测液体黏度实验的探讨[J]．实验科学与技术，2009(6)：28-30.

[3] 吕勤，苏雅，范有恒，等．落球法液体黏度测量仪的改进[J]．大学物理，2014(8)：42-45.

[4] 黄秋萍．落球法液体粘滞系数实验的改进[J]．大学物理实验，2015(3)：38-41.

[5] 莫丽霞，赵亮，陈旭．实验室测定液体粘滞系数的一种新方法[J]．实验室研究与探索，2009，27(11)：10-11.

[6] 吴晓，许建梅．液体粘滞系数实验实际问题的探讨[J]．大学物理实验，2014(2)：75-77.

[7] 王玉清，任新成．落球法测液体粘度实验的改进[J]．大学物理，2004，23(8)：41-42.

[8] 濮兴庭，戚世瀚，王楠．落球法测定液体粘滞系数误差的研究[J]．实验室科学，2014，17(1)：22-24.

[9] USTRA M K, SILVA J R F, ANSOLIN M, et al. Effect of temperature and composition on density, viscosity and thermal conductivity of fatty acid methyl esters from soybean, castor and Jatropha curcas oils[J]. Journal of Chemical Thermodynamics, 2013, 58 (3): 460-466.

[10] 代伟，兰小刚，徐平川，等．用落球法测液体黏度的实验条件分析[J]．大学物理，2014(7)：20-23.

[11] 乔辉，张军善．蓖麻油粘度随温度变化关系的理论分析与研究[J]．大学物理实验，2015，1(1)：32-34.

[12] CERIANI R, PAIVA F R, GONCALVES C B, et al. Densities and viscosities of vegetable oils of nutritional value[J]. Journal of Chemical & Engineering Data, 2008, 53 (8): 1846-1853.

[13] 盛忠志，简家文．用落球法测液体粘度计时起点的确定[J]．大学物理，2001，20(7)：26-27.